



UNIVERSIDAD
COMPLUTENSE
MADRID

Proyecto de Innovación
Convocatoria 2019/2020
Nº de proyecto 317

Diseño de buenas prácticas para la formación matemática de maestros de Educación Infantil y Primaria: Curso cero en matemáticas y asignaturas de didáctica de las matemáticas.

Responsable: Miriam Méndez Coca

Facultad de Educación
Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas

1. Objetivos propuestos en la presentación del proyecto

Este proyecto es continuación de los proyectos de innovación docente n.º 21 (2014-2015), n.º 239 (2016-2017), n.º 237 (2017-2018) y n.º 272 (2018-2019). Todos estos proyectos surgen de la preocupación de profesores de la Unidad Docente de Didáctica de las Matemáticas de la UCM por las dificultades detectadas en las asignaturas relacionadas con las Matemáticas y su Didáctica de los alumnos que estudian los Grados de Maestro en Educación Infantil y Educación Primaria. Por tanto, todos estos proyectos tuvieron como finalidad buscar una forma de reforzar el conocimiento y las habilidades matemáticas de los alumnos de los Grados de Maestro de Educación Infantil y Primaria. En los dos primeros proyectos se identificaron las dificultades en el aprendizaje de la materia y sus posibles causas. Se hizo una revisión de la literatura, reflexionando sobre los conocimientos matemáticos especializados que necesitan estos profesionales en su práctica para abordar su formación matemática y didáctico-matemática. En particular, en el proyecto n.º 239 se realizó un diseño de un *Curso Cero de Matemáticas* como asignatura para los alumnos de nuevo ingreso de las titulaciones mencionadas anteriormente; determinando los objetivos, los contenidos y las metodologías a emplear. Esta propuesta fue aprobada por el Consejo de Departamento de Didáctica de las Matemáticas en el mes de mayo de 2017 y se implementó en el curso 2017-2018 para los alumnos de los primeros cursos de Grado de Maestro en Educación Infantil, en Educación Primaria y dobles Grados, pero no tenía un reconocimiento como asignatura en los programas de grado de maestro. Esa primera edición del Curso Cero de Matemáticas tuvo muy buena acogida por parte de todos los alumnos quienes sugirieron una implantación de una segunda edición abordando otros contenidos. En el proyecto n.º 272 se llevó a cabo una segunda implementación del Curso Cero de Matemáticas, con una buena acogida por parte de los alumnos y profesores, tras haber realizado un refinamiento de los contenidos para adaptarse mejor al número de sesiones disponibles y al ritmo de aprendizaje del alumnado. En esta segunda implementación se grabaron las sesiones de aula gracias al apoyo de la Unidad de Medios Audiovisuales de la Facultad de Educación - Centro de Formación del Profesorado para poder reflexionar mejor sobre las dificultades matemáticas de los alumnos y realizar un refinamiento mejor de cara a la tercera edición. Además, durante este proyecto, se realizaron varias sesiones de formación orientadas a la puesta en común de prácticas docentes que realizaban profesores con gran experiencia en la asignatura de Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático I impartida en el Grado de Educación Infantil. En el curso 2019-2020 el *Curso Cero de Matemáticas* es ofertada como asignatura de libre configuración a los alumnos de Grado de Maestro en Educación Infantil y Primaria por primera vez con el reconocimiento de un crédito para los alumnos.

El presente proyecto tiene dos objetivos: hacer el seguimiento de esta nueva asignatura y continuar con la coordinación de las asignaturas de matemáticas y su didáctica de la unidad a través de una selección de prácticas comunes para todos los grupos posibles.

El objetivo general del presente proyecto de innovación docente es:

La coordinación de las asignaturas impartidas por los profesores de la Unidad Docente de Didáctica de las Matemáticas de la UCM, actualizando contenidos y prácticas de la formación de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil y Primaria y utilizando las nuevas tendencias de investigación, los materiales recientemente adquiridos y el espacio de la Hiperaula recién creada en la Facultad de Educación.

Este objetivo general se concreta en los siguientes objetivos específicos:

A. Monitorizar la asignatura Curso Cero de Matemáticas de nueva implantación en el curso 2019-2020. Evaluar el impacto del reconocimiento de créditos en la matrícula de los alumnos y en la docencia. Realizar mejoras relacionadas con el contenido y con la metodología para facilitar la reflexión sobre los conocimientos matemáticos previos al inicio de los Grados de Maestro impartidos en la Facultad de Educación.

B. Continuar con el trabajo de coordinación en la asignatura Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica I. Incorporar nuevos materiales y metodologías. Realizar grabaciones de vídeos tanto de clases de Educación Infantil como de clases de formación inicial de maestros de Educación Infantil.

C. Para diseñar y desarrollar buenas prácticas, se realizará una revisión cuidada y profunda de materiales bibliográficos, marcos teóricos, material audiovisual, materiales manipulativos y experiencias de compañeros de esta universidad y de otras.

D. Elaborar prácticas docentes para otras asignaturas impartidas por la Unidad Docente de Didáctica de las Matemáticas como la asignatura troncal *Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica II* donde se aborda la enseñanza de la geometría y la medida de magnitudes. También se diseñarán prácticas para la *asignatura Los niños, el espacio y la geometría*, que ha sido impartida por miembros del equipo y que es un complemento de la asignatura troncal seleccionada. Para ello se utilizarán las nuevas tendencias de investigación detalladas en las referencias bibliográficas actuales y revisadas, los nuevos materiales adquiridos y el espacio de la Hiperaula de la Facultad de Educación inaugurada el 24 de abril de 2019.

E. Escribir recensiones de algunos de los libros y organizar un repositorio con esas recensiones. Traducir a español las partes más interesantes de dichos materiales para las prácticas que se vayan a diseñar.

El detalle de estos objetivos específicos como se realizaron en la solicitud se detallan en el anexo I de la memoria.

2. Objetivos alcanzados

El *Curso Cero de Matemáticas* fue considerada como asignatura de libre configuración después de haber sido impartida durante el curso 2018-2019 reconociendo un crédito a los alumnos que habían participado en él. Los profesores firmamos el acta de sus calificaciones obtenidas en la asignatura. Antes que el curso 2019-2020 comenzara, los miembros de la Unidad Docente de Matemáticas nos reunimos para diseñar y aprobar la guía docente de la asignatura teniendo en cuenta las aportaciones de los miembros que habían impartido la asignatura previamente. El objetivo A de monitorizar la asignatura nueva de *Curso Cero de Matemáticas* en el curso 2019-2020 no se pudo realizar debido a que no se impartió por la falta de alumnos. Sí que se llevó a cabo la adaptación de los contenidos, metodología y temporización en la planificación de la nueva edición teniendo en cuenta todas las conclusiones obtenidas en el proyecto anterior (PIMCD-237). Seguimos convencidos de la necesidad de esta asignatura, pero no hemos sabido quizá publicitarla de forma adecuada y el reconocimiento de créditos llegó un poco tarde.

El objetivo B de continuar con el trabajo de coordinación de la asignatura de *Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica I* del Grado de Maestro en Educación Infantil ha sido favorecido por el hecho de que algunos profesores que han impartido esta asignatura forman parte del proyecto realizando alguna práctica común. En concreto los profesores Belmonte, Ramírez, Ariño, Sierra y Joglar impartieron en los grupos M1, M2, M3 y T6 la citada asignatura en paralelo durante el primer cuatrimestre del curso 2019-2020. Se desarrollaron algunas sesiones de discusión en las que se abordaron cuestiones tanto metodológicas como de contenidos sobre la enseñanza del número en Educación Infantil. En particular en tres de los grupos se pudieron planificar prácticas comunes las cuales se detallarán en el apartado 4 Actividades de la memoria (objetivo C y D). La elección de la asignatura *Los niños, el espacio y la geometría* por la profesora Joglar, miembro del proyecto, favorece el diseño y la realización de un tipo de prácticas con materiales en esta asignatura (Objetivo D) que se detallará en el apartado 4. Actividades de esta memoria.

Para cumplir también los objetivos C y D del proyecto se propone como una práctica común en cada una de las asignaturas de matemáticas y su didáctica de los Grados de Maestro en Educación Infantil y Primaria la visualización de vídeos de aula donde el profesor de Educación Infantil o Educación Primaria imparte contenidos matemáticos. La observación de los vídeos y la reflexión sobre ellos ayudaría a educar la observación de los fenómenos didácticos en los alumnos. Para ello se hace necesario la selección y la adquisición de esos vídeos. En las actividades finalmente llevadas al aula, los vídeos seleccionados proceden de materiales que ponen a disposición editoriales como Math Solutions en su web bajo registro y que se consigue al comprar sus libros, o directamente episodios publicados en abierto en Youtube y TeachingChannel ¹. Durante el curso 2018-2019, como parte del proyecto nº 272, se realizó una sesión formativa sobre “mirar con sentido” o “mirada profesional” (*noticing*),

¹ TeachingChannel <https://www.teachingchannel.com/>

competencia profesional de los maestros y formadores sobre la que algunos profesores del proyecto se han ido formando.

En el aula de Educación Infantil y de primeros años de Educación Primaria es especialmente frecuente el trabajo por rutinas. Dentro de las rutinas se pueden trabajar simultáneamente muchos contenidos de diferentes disciplinas. Nosotros vamos a centrar específicamente en los contenidos matemáticos. Nuestro objetivo inicial, dentro de los objetivos C y D, ha sido diseñar talleres para la formación inicial de maestros de Educación Infantil y Educación Primaria, en los que los participantes aprendan a diseñar, llevar al aula y analizar rutinas matemáticas dirigidas a alumnos de Educación Infantil y Primaria.

El objetivo C y D de recoger, diseñar y desarrollar buenas prácticas se ha alcanzado también a través del diseño de vídeos formativos para los alumnos de los grados de Maestro en Educación Infantil y Educación Primaria. Los vídeos propuestos describen algunos de los materiales nuevos que fueron adquiridos por la Unidad Docente durante el curso pasado además de otros materiales seleccionados por los profesores formadores para el aprendizaje y enseñanza de contenidos matemáticos de las asignaturas. Estos vídeos incluyen la descripción del material, su relación con los objetos matemáticos y contenidos a enseñar y las actividades para realizar con ellos.

Estos objetivos no han sido completamente alcanzados, ni tampoco el objetivo E debido a la situación de aislamiento impuesto en la universidad a causa del Covid19. Sin embargo durante este confinamiento se han realizado prácticas comunes docentes online que podrían ser ejemplos de buenas prácticas.

La formación permanente de los profesores del proyecto, el compartir nuestra práctica docente y la comunicación y participación con otras comunidades de formación e investigación en didáctica de las matemáticas nos parece esencial. Esto motivó la participación de profesores de otras universidades que imparten asignaturas de matemáticas y su didáctica en los Grados de Maestro en Educación Infantil y Educación Primaria en nuestro proyecto. Aunque no se pudo realizar esa puesta en común de prácticas con estos profesores debido a la situación de emergencia sanitaria sí que hubo un planteamiento de convergencia y colaboración entre profesores del proyecto y profesores de otras universidades en prácticas e investigación de proyectos STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics).

3. Metodología empleada en el proyecto

Para poder realizar el seguimiento de la nueva asignatura *de Curso Cero de Matemáticas* propuesta para los alumnos de nuevo ingreso a los Grados de Maestro en Educación Infantil y Primaria los profesores del proyecto eligieron la asignatura en la planificación docente. Al final la asignatura no fue impartida por falta de alumnos. Se realiza una reflexión sobre las posibles causas y planteamos la posibilidad de informar a los alumnos de nuevo ingreso de esta asignatura y de su valor para su formación a través de la web donde hacen la matrícula, la página principal de la web de nuestra facultad y a través del SOU (Servicio de Orientación Universitaria) de nuestra facultad.

En lo que se refiere al Objetivo B, la elección de la asignatura de *Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica I* por varios profesores del proyecto en la planificación docente favoreció la selección y el poder llevar al aula alguna práctica común durante el primer cuatrimestre. Las reuniones entre los profesores que imparten una misma asignatura así como el uso de prácticas comunes redundan en la calidad de la docencia de las asignaturas. Dentro de las prácticas diseñadas, algunas tienen como objetivo ayudar a los estudiantes a desarrollar su competencia profesional de “noticing”, y otras tienen como objetivo conocer las características y las limitaciones de materiales manipulativos (Objetivos C y D). Dentro de este segundo tipo de actividades, a través de reuniones con todos los participantes del proyecto, se fue completando el diseño de vídeos para cada una de las asignaturas de matemáticas y didácticas en los Grados de Maestro en Educación Infantil y Primaria. Estos vídeos tienen como objetivo formar a los alumnos sobre los materiales, las prácticas que se pueden realizar con ellos, su relación con objetos matemáticos y sus limitaciones.

- Rekenrek (Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica I);
- Material para geometría o medida (Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica II, Los niños, el espacio y la Geometría);
- Hueveras de 6 y 10, marcos de 5 y 10 (Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica I);
- Bloques multibase, marcos de 10, palitos para agrupamiento, ábacos (Matemáticas y su Didáctica I);
- Sectores/barras de fracciones (Matemáticas y su Didáctica II, Didáctica de las Fracciones y los Números Decimales);
- Material para geometría (Matemáticas y su Didáctica III)

La situación de confinamiento por el Covid19 ha repercutido en el desarrollo del proyecto y aunque el contenido y el guion de los vídeos descritos se ha completado, no se ha podido ejecutar la grabación de los vídeos al no poder acceder a la facultad donde contamos con el apoyo del Departamento de Medios Audiovisuales y las instalaciones de nuestros dos laboratorios de matemáticas. Sin embargo sí hemos podido diseñar prácticas comunes que se implementaron en el aula presencialmente durante el primer cuatrimestre y de forma virtual durante el segundo. Se han aprovechado vídeos de sesiones de clases de matemáticas de Educación Infantil y Primaria facilitados por las editoriales de los libros adquiridos recientemente y que hemos revisado dentro del proyecto, y también de acceso libre en plataformas online.

4. Recursos humanos

Los miembros del presente proyecto de Innova-Docencia son docentes de la Facultad de Educación en el área de Matemáticas y su Didáctica. La mayoría de ellos han sido, también, miembros del proyecto Innova-Docencia nº 21 de la convocatoria 2014-2015 *Desarrollo de sistemas para la nivelación de los conocimientos matemáticos de los alumnos de nuevo ingreso en las titulaciones de Maestro*, del proyecto nº 239 de la convocatoria 2016-2017, *Diseño de un curso cero para el desarrollo de la competencia matemática y adquisición de conocimientos matemáticos para los alumnos de nuevo ingreso en titulaciones de Grado de Maestro y Pedagogía*, del proyecto nº 237 de la convocatoria 2017-2018, *Desarrollo del conocimiento matemático especializado para enseñar. Una propuesta para enriquecer la formación inicial de maestros de Educación Infantil y Primaria integrando un Curso Cero* y del proyecto nº 272 de la convocatoria 2018-2019 *Desarrollo del conocimiento matemático especializado para enseñar. Una propuesta para enriquecer la formación inicial de maestros de Educación Infantil y Primaria integrando un Curso Cero*. Esto hace que muchos de ellos hayan estado trabajando con continuidad durante más de cinco años en una misma línea de trabajo con objetivos comunes.

Agradecemos al Departamento de Medios Audiovisuales e Informática de la Facultad de Educación que nos han estado asesorando para la realización de los vídeos.

Agradecer toda la labor desarrollada por Secretaría de Estudiantes de la Facultad de Educación y, muy especialmente, el trabajo llevado a cabo por la actual Jefa de Sección de la Secretaría de Estudiantes, Victoria Miguélez que nos ha ayudado en la reflexión y en las posibles soluciones para informar de la asignatura.

5. Desarrollo de las actividades

A continuación se detallan las actividades que se han recopilado durante este proyecto y que esperamos que sirvan de núcleo para la coordinación de las asignaturas de nuestra Unidad Docente en el curso 2020-2021. Especialmente relevancia tienen las adaptaciones que hemos empezado a realizar al nuevo entorno semi-presencial, que tendremos que seguir refinando de cara al nuevo plan docente recientemente aprobado por nuestra facultad donde los estudiantes, al menos durante el primer cuatrimestre, recibirán como mucho solamente $\frac{1}{6}$ de su docencia presencialmente. Recogemos tres tipos de actividades realizadas en el proyecto: prácticas con recursos materiales, prácticas con vídeos y diseño de vídeos de uso de materiales.

1. PRÁCTICAS CON RECURSOS MATERIALES

Es importante el uso de materiales en el aula de Educación Infantil y Primaria para poder mejorar el aprendizaje de los contenidos matemáticos. La Unidad Docente adquirió durante el curso 2018-2019 materiales. A continuación se muestran unos ejemplos de prácticas del uso de estos materiales a los alumnos de los grados de maestro.

1.1. Práctica de subitización y descomposición numérica con rekenrek

Se ha realizado en la asignatura de Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica I del Grado de Maestro en Educación Infantil. Esta práctica que se desarrolla más ampliamente en el Anexo II.

La utilización de este material en esta práctica tiene como objetivo desarrollar el sentido del número y la confianza en estrategias para la adición y sustracción con números hasta el 20 a partir de la subitización y descomposición numérica. Esta actividad se puede adaptar a las clases online a través de un rekenrek de manera virtual, <https://mathsbot.com/manipulatives/rekenrek>

1.2. Práctica de visualización y análisis de poliedros con Polydron

Se ha realizado en la asignatura de *Didáctica de las Matemáticas* del Grado de Pedagogía. Esta práctica se desarrolla en el Anexo III de forma más extensa.

A través de la manipulación de este material el alumno estudia los poliedros caracterizándolos por el número de caras, vértices, aristas desarrollando las clasificaciones de los mismos.

Esta actividad se puede adaptar a las clases online a través de la manipulación virtual.

1.3. Práctica quick blocks de razonamiento geométrico con bloques multilink

Esta actividad se ha desarrollado en la asignatura *Los niños, el espacio y la geometría* del Grado de Maestro en Educación Infantil. Esta práctica se desarrolla más ampliamente en el Anexo IV de este documento.

A través de la utilización del material de los bloques multilink y actividades de conversión entre sistemas de representación se busca mejorar el razonamiento geométrico de los alumnos. Se proponen tres actividades con representaciones planas y representaciones espaciales y cambios de unas a otras.

Estas actividades tuvieron que ser adaptada de nuevo al entorno online. Para ello se utilizó esta aplicación: <https://toytheater.com/cube/#> (tanto en ordenador como su versión para teléfono móvil o tablet).

2. PRÁCTICAS CON VÍDEOS DE AULA

Para promover el desarrollo de la competencia de “mirada profesional o mirada con sentido” se proponen varias prácticas de observación reflexiva de

fragmentos de vídeos de aula de Educación Infantil y Educación Primaria a los alumnos de los grados de maestro donde se desarrolla una actividad relacionada con los contenidos impartidos en las asignaturas de matemáticas y su didáctica. La actividad propuesta a los alumnos de los grados de maestro consiste en que los alumnos observen un episodio de clase e identifiquen e interpreten los eventos que hayan visto y les llamen la atención. Los eventos pueden referirse tanto al profesor como a los alumnos, a aspectos matemáticos, aspectos didáctico matemáticos o de gestión de aula desde la pedagogía general. Para ello se hace necesario el uso de un repositorio de vídeos de aula y el diseño de una pauta de observación de vídeos.

2.1. Vídeos Number talks: el sentido numérico en Educación Infantil

Se realizó esta tarea en la asignatura de *Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica I* del Grado de Educación Infantil y está más desarrollada en el Anexo V.

Los vídeos Number talks son breves discusiones (5-15 minutos) que se desarrollan en gran grupo, mostrando las soluciones de los estudiantes a un problema preciso de cálculo mental. Los alumnos comparten verbalmente los procesos argumentativos que han seguido mentalmente para resolver el problema. La maestra recoge en la pizarra gráficamente o simbólicamente dichos argumentos, en paralelo, para poder compararlos facilitando así el desarrollo del pensamiento flexible en los estudiantes.

La actividad consiste en proponer a los futuros maestros en Educación Infantil la visualización de un vídeo Number talks del aula de Educación Infantil donde se realiza una tarea para desarrollar el sentido numérico de los alumnos. Dentro del proyecto se ha diseñado una ficha para recoger los análisis que los estudiantes para maestro hacen de esta actividad tanto espontáneamente, como después, tras un segundo visionado del vídeo, de forma guiada con una pauta de observación.

2.2. Vídeo de la Teoría de Situaciones Didácticas: tarea de poner la mesa

Esta actividad se realizó en la asignatura de *Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica I* del Grado de Maestro en Educación infantil y está más desarrollada en el Anexo VI.

Se propone a los alumnos de la asignatura la visualización de un vídeo de aula donde una maestra de Educación Infantil realiza una tarea de “construir una colección equipotente a otra dada” basada en la Teoría de Situaciones Didácticas. Los alumnos del vídeo resuelven la tarea evolucionando desde una estrategia básica como puede ser la correspondencia uno a uno, o una estrategia perceptiva o de subitización a una estrategia de uso del conteo para poder construir una colección de un determinado cardinal. Los estudiantes de Grado de Maestro en Educación Infantil identifican las variables didácticas que se están utilizando para adaptar la situación al aprendizaje del alumnado de Educación Infantil habiendo recibido formación sobre variables didácticas en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas previamente.

2.3. Vídeos Number talks: fracciones y decimales

Esta práctica se realiza en la asignatura de *Didáctica de las Fracciones y los Números Decimales* de Grado de Maestro en Educación Primaria, más desarrollada en el Anexo VII.

Se visualiza con los alumnos del Grado de Educación Primaria el vídeo Number talk de: “El problema de la huevera”, en el cual se introduce la noción de fracción desde una situación contextualizada en una granja donde se habla de fracciones

de docenas de huevos (significado de la fracción como operador). Los estudiantes para maestro actuaron como alumnos de 4.º de Primaria en la primera fase de la sesión identificando sus dificultades.

Además se realiza una tarea similar al que se ha realizado en la actividad 2.1. Number talks pero con un vídeo de fracciones con los alumnos de esta asignatura.

2.4. Análisis de métodos alternativos e innovadores: ABN

En la asignatura de *Didáctica de las Matemáticas* en el Grado de Pedagogía. Más información sobre esta práctica se encuentra en el Anexo VIII.

Se propone la visualización de vídeos de youtube de aula del método ABN para que los alumnos puedan conocerlo y reflexionar sobre este método a través de una práctica propuesta. Por último, se les pide que identifiquen actividades “ricas” de este método para trabajar en los centros escolares.

3. DISEÑO DE VÍDEOS FORMATIVOS PARA EL USO DE MATERIALES EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN EDUCACIÓN INFANTIL Y PRIMARIA.

En el curso 2018-2019 la Unidad Docente compró varios materiales para utilizarlos en las clases prácticas de las asignaturas de matemáticas y su didáctica de los Grados de Maestro en Educación Infantil y Primaria. Como recurso para las asignaturas de los grados de maestro se propone realizar vídeos que describen los recursos materiales y algunas actividades para realizar con ellos. Estos vídeos tienen el objetivo enriquecer la formación de los futuros maestros.

Grado de Magisterio de Educación Infantil	
Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático I	Rekenrek
Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático II	Regletas
Grado de Magisterio de Educación Primaria	
Matemáticas y su didáctica I	Bloques multibase o ábacos
Matemáticas y su didáctica II	Sectores/barras para fracciones
Matemáticas y su didáctica III	Materiales para geometría

Se diseña una plantilla común para todos los vídeos (Anexo IX):

- Descripción del material
- Relación del material con objeto conceptual matemático
- Objetivos de aprendizaje con las actividades con el material
- Tipos de tareas
- Limitaciones del material
- Conexiones con otros contenidos
- Para ampliar (otros vídeos, artículos, etc.)

En el Anexo X se puede ver la planificación del vídeo del material rekenrek y el Anexo XI la planificación del vídeo de materiales de fracciones. Cuando se cerró la facultad el acceso a los materiales interrumpió el progreso del proyecto y la grabación de los vídeos.

6. ANEXOS

6.1. Anexo I: Detalle de los objetivos específicos del proyecto

A. Monitorizar la asignatura Curso cero en matemáticas de nueva implantación en el curso 2019-2020. Evaluar el impacto del reconocimiento de créditos en la matrícula de los alumnos y en la docencia. Realizar mejoras relacionadas con el contenido y con la metodología para facilitar la reflexión sobre los conocimientos matemáticos previos al inicio de los grados de Maestro impartidos en la Facultad de Educación.

B. Continuar con el trabajo de coordinación en la asignatura Desarrollo del pensamiento lógico-matemático y su didáctica I. Incorporar nuevos materiales y metodologías. Realizar grabaciones de vídeos tanto de clases de Educación Infantil como de clases de formación inicial de maestros de Educación Infantil.

C. Para diseñar y desarrollar buenas prácticas, se realizará una revisión cuidada y profunda de:

C.a. Materiales (apuntes, referencias bibliográficas, marcos teóricos, vídeos y otros materiales audiovisuales, materiales manipulativos...) utilizados previamente por los profesores de la UD que colaboran en este proyecto. Indicaciones de la guía docente de la asignatura. Sesiones de discusión y debate como las llevadas a cabo en el desarrollo del proyecto 272 del curso 2018-2019.

C.b. Nuevos materiales manipulativos que han llegado a nuestra Unidad Docente recientemente (marzo y abril de 2019).

C.c. Organizar y ordenar los materiales en las aulas 3501 y 3502 de nuestra Unidad Docente. Para esta labor, contamos con la colaboración de un becario encargado del tema.

C.d. Nuevas referencias bibliográficas que han llegado a la biblioteca de la Facultad de Educación (abril de 2019), indagando sobre las nuevas tendencias e investigaciones sobre el contenido de las asignaturas impartidas por nuestra Unidad Docente.

C.e. Las experiencias de compañeros de otras universidades.

C.e.1. Coordinación de la evaluación en las asignaturas de didáctica de las matemáticas del Grado de Maestro en Educación Infantil de la Universidad de Granada.

C.e.2. Uso de materiales y organización del aula de materiales para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Universidad de Granada.

C.e.3. Coordinación y uso de materiales en las asignaturas de didáctica de las matemáticas del Grado de Maestro en Educación Infantil y Primaria en la Universidad de Alcalá.

C.e.4. Coordinación de las asignaturas de didáctica de las matemáticas en el Grado de Maestro en Educación Infantil en la Universidad de Sevilla.

D. Elaborar prácticas docentes para otras asignaturas impartidas por la UD de Didáctica de las Matemáticas como la asignatura troncal Desarrollo del pensamiento lógico-matemático y su didáctica II donde se aborda la enseñanza de la geometría y la medida de magnitudes. También se diseñarán prácticas para la asignatura Los niños, el espacio y la geometría, que ha sido impartida por miembros del equipo y que es un complemento de la asignatura troncal seleccionada. Para ello se utilizarán las nuevas tendencias de investigación detalladas en las referencias bibliográficas actuales y revisadas, los nuevos materiales adquiridos y el espacio de la Hiperaula de la Facultad de Educación inaugurada el 24 de abril de 2019. Para ello es necesario realizar las siguientes acciones:

D.a. Diseñar prácticas comunes para todos los grupos incorporando nuevos materiales, además de los antiguos, y sugerencias de las nuevas publicaciones analizadas.

D.b. Describir el conocimiento matemático (avanzado) necesario para enseñar matemáticas en Educación Infantil siguiendo las orientaciones del Proyecto Klein.

D.c. Elaborar dossiers y material audiovisual dirigidos a los futuros maestros de Educación Infantil y a los maestros en ejercicio de esa etapa, así como a los formadores de estos profesionales.

D.d. Elaborar vídeos ejemplificando esas prácticas, que podrán ser utilizados como mini-tutoriales para los formadores de maestros y también para los estudiantes para maestro de la Unidad Docente. Organización de un espacio online para almacenar estos vídeos a modo de repositorio para la UD. Los vídeos podrían ser de dos contextos:

D.d.1. Sin niños, pudiendo incorporar a nuestros alumnos para que se vea cómo usar materiales específicos (formación inicial). Se contempla la posibilidad de realizar la grabación en la Hiperaula.

D.d.2. Con niños, en caso de conseguir los permisos de grabación: en la actualidad se está estudiando la posibilidad de firmar un convenio de colaboración con un CEIPSO para dotar un aula con material audiovisual (cámaras y micros) a modo de aula-laboratorio para reforzar la colaboración universidad-escuela.

E. Escribir recensiones de algunos de los libros y organizar un repositorio con esas recensiones. Traducir a español las partes más interesantes de dichos materiales para las prácticas que se vayan a diseñar.

6.2. Anexo II: Práctica de subitización y descomposición numérica con Rekenrek

Asignaturas: Desarrollo del pensamiento lógico matemático y su didáctica I (Grado de Maestro en Educación Infantil), Didáctica de las Matemáticas I (Grado de Maestro en Educación Primaria)

Material: rekenrek



La Unidad de Didáctica de las Matemáticas ha adquirido como material para el Seminario el rekenrek.

El rekenrek o rejilla aritmética ha emergido como uno de los modelos más poderosos para las primeras edades. Ha sido desarrollado por investigadores en educación matemática del Instituto Freudenthal de Holanda, quizá uno de los más respetados centro de investigación en educación matemática en el mundo. El rekenrek combina características de la recta

numérica, de los contadores, y del modelo Multibase. Consta de dos hileras, con 10 cuentas cada una, separadas estratégicamente en dos grupos: cinco cuentas rojas, y cinco cuentas blancas. En este modelo hay una invitación implícita y aparente para que los niños piensen en grupos de cinco y de diez.

Tareas: Los objetivos de aprendizaje que se derivan del uso del rekenrek están centrados en la cardinalidad, la subitización y la descomposición parte-parte-todo. Se utiliza el agrupamiento de 5 y 10. También facilita el desarrollo de estrategias informales de duplicación, división en dos mitades, uno o dos más o menos. Las tareas que se plantean con el rekenrek siguen una secuencia de actividades que pueden ser utilizadas para desarrollar el sentido del número y la confianza en estrategias informales para la adición y sustracción con números hasta 20.

Este curso se han realizado prácticas con este material a los estudiantes de los distintos grados para conocer su potencial y para desarrollar conocimientos sobre descomposiciones aditivas y cálculo mental. En la práctica se realizan actividades de representación de cantidades, siempre reforzando su relación con 5 y 10, así como el cálculo hasta 20 y la resolución de problemas aritméticos. El nivel de las actividades es progresivo respetando las etapas de aprendizaje de los niños de etapas de Educación Infantil y Primaria. La secuencia se basa principalmente en las siguientes tareas.

- ¿Cómo está formado el rekenrek? ¿cuántas cuentas hay? ¿cuántas arriba? ¿cuántas abajo? ¿cuántas de cada color? ¿Cuántas de cada color en cada fila?
- Formamos cantidades libremente, primero hasta 5, luego hasta 10.
- Marcamos una forma de representar cantidades. Las cuentas se colocan inicialmente en la derecha y se mueven de un solo “empujón” hacia la izquierda. Este provoca identificar cantidades por subitización.
- Formamos cantidades hasta 5.
- Formamos cantidades hasta 10 en relación siempre con el 5.
- Formamos el 10, complementando una cantidad dada menos que 10.
- Descomposiciones aditivas hasta 10.
- Formamos cantidades hasta 20, en función de 5 y 10.
- Descomposiciones aditivas hasta 20.
- Dobles y mitades.

Adaptación a las clases ONLINE: En el segundo cuatrimestre, se desarrolla esta actividad en los grupos que trabajan asignatura con el bloque numérico. La adaptación al formato online supuso buscar un “rekenrek virtual” y utilizando esta herramienta, plantear las actividades indicadas más arriba.

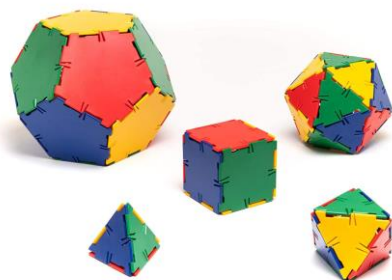
Un enlace que te permite trabajar un rekenrek de manera virtual es, por ejemplo, <https://mathsbot.com/manipulatives/rekenrek>.

6.3. Anexo III: Práctica de visualización y análisis de poliedros con polydron

Asignaturas: Desarrollo del Pensamiento Matemático y su didáctica II (Grado de Maestro de Educación Infantil) Matemáticas y su didáctica III (Grado de Maestro de Educación Primaria) y Didáctica de las Matemáticas (Gado de Pedagogía).

Material: Polydrón

Es un material formado por polígonos (triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos, etc.) de colores que se pueden unir formando composiciones planas y espaciales variadas



Tareas: En las asignaturas mencionadas se suele trabajarse en una sesión de laboratorio la construcción y análisis de propiedades de los poliedros con el material Polydrón.

Esta actividad incide en características de los poliedros regulares, prismas y pirámides, poliedros truncados y antiprismas. Se analiza el número de caras, vértices, aristas, caras que concurren en un vértice, desarrollo planos, con el objetivo de construir una representación mental de cada poliedro que permita al alumno identificar sus características sin tener el

cuerpo presente.

A continuación se sigue un guion de la actividad entregada a los estudiantes para su elaboración durante la sesión en el aula.

Adaptación a las clases online: Ante la situación de docencia desde casa, se ha adaptado esta actividad proporcionando a los estudiantes enlaces de herramientas virtuales libres en el mercado para completarla:

Poliedros regulares:

<https://www.geogebra.org/m/tuZ82PTk>

<https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Geometric-Solids/>

Otro tipo de poliedros:

<https://polyhedra.tessera.li/> (importante abrir con Crhome, si no, no funciona)

<https://www.mathsisfun.com/geometry/polyhedron-models.html>

6.4. Anexo IV: Práctica quick blocks de razonamiento geométrico con bloques multilink

Asignaturas: Los niños, el espacio y la geometría y Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático II (Grado de Maestro en Educación Infantil)

Material: bloques multilink. Son cubos de colores que pueden unirse a otros por todos sus lados.



Tarea: Quick blocks se trata de una actividad basada en el siguiente artículo publicado en 2020 en una de las revistas del National Council of Teachers of Mathematics: Matney, G., Porcella, J., & Gladieux, S. (2020). Quick Blocks: Developing Spatial Sense, Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12 MTLT, 113(1), 8-17. Este artículo ha sido previamente revisado por el equipo y se decidió adaptar la actividad en él presentada en una tarea formativa para futuros maestros en concreto de Educación Infantil. Se generaron tres rutinas diferentes para llevar al aula con los estudiantes para maestro, que utilizan varios sistemas de representación y sus conversiones, y que incorporan la variable didáctica tiempo

de exposición del modelo al alumno. En concreto se diseñaron estas tres versiones:

- Actividad 1. Mostrar una foto de una construcción con cubos multilink unos segundos y pedir que los alumnos construyan con el material físico esa construcción. Se muestra una segunda vez para que hagan ajustes si lo consideran necesario. Del plano al espacio.
- Actividad 2. Mostrar una construcción con cubos multilink unos segundos y pedir que los alumnos la reconstruyan con el material físico. Se muestra una segunda vez para que hagan ajustes si lo consideran necesario. Del espacio al espacio.
- Actividad 3. Mostrar una construcción con cubos multilink unos segundos y pedir que los alumnos la dibujen. Se muestra una segunda vez para que hagan ajustes si lo consideran necesario. Del espacio al plano. Combinación con Quick Draw.

Adaptación a las clases online: Dada la situación sanitaria y el estado de alarma que hemos vivido, estas actividades tuvieron que ser adaptada al entorno online. Para ello se hizo una búsqueda de materiales manipulativos online tipo cubos multilink. Finalmente, se utilizó esta aplicación: <https://toytheater.com/cube/#> (tanto en ordenador como su versión para teléfono móvil o tablet). El uso de esta aplicación con el teléfono móvil por parte de los estudiantes para maestro facilitó el trabajo de las transformaciones rígidas del plano.

6.5. Anexo V: Vídeos Number talks: sentido numérico en Educación Infantil

Asignatura: Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica I (Grado de Maestro en Educación Infantil).

Descripción: Number talks es un taller con el objetivo de que los futuros maestros entiendan la necesidad de trabajar el número (natural, entero o racional) desde diferentes sistemas de representación y a través de la comunicación verbal oral en el aula comparando diferentes estrategias de resolución en paralelo.

Esta propuesta se ha basado en la lectura de los libros siguientes adquiridos recientemente por la biblioteca de la Facultad de Educación - Centro de Formación del Profesorado a solicitud de miembros del equipo:

(1) Parrish, S. Number Talks: Whole Number Computation, Grades K–5, 2014, Math Solutions)

(2) Parrish, S. and Dominick, A. Number talks: Fractions, decimals and percentages, 2016, Math Solutions).

Estos materiales constituyen un recurso multimedia para el desarrollo profesional del profesor de matemáticas. Y también está fuertemente influenciada por el trabajo de uno de los miembros del equipo sobre la promoción de la flexibilidad matemática (Flexibilidad matemática y resolución de ecuaciones lineales. Joglar Prieto, N., Abánades, M. A., and Star, J. R. (2018). Revista Uno, Nº 080, Abril 2018, GRAÓ).

Number talks son breves discusiones (5-15 minutos) que se desarrollan en gran grupo, en el aula, poniendo el foco en las soluciones de los estudiantes a un problema preciso de cálculo mental. Los alumnos comparten verbalmente los procesos argumentativos que han seguido mentalmente para resolver el problema. La maestra recoge en la pizarra gráficamente o simbólico-numéricamente dichos argumentos, en paralelo, para poder compararlos facilitando así el desarrollo del pensamiento flexible en los estudiantes. Entendemos que un estudiante es flexible cuando es capaz de resolver un problema de varias formas diferentes, de representarlas en diferentes sistemas de representación y de compararlas, para decidir para ese problema completo cuál es la mejor estrategia (Star, J. R. y Rittle-Johnson, B. (2008): "Flexibility in problem solving: The case of equation solving". Learning and Instruction, 18, pp. 565–579). En ocasiones, los alumnos tienen a su disposición materiales manipulativos (como en el caso concreto de la actividad llevada a cabo con las rejillas de 10 o con los Rekenreks en Educación Infantil, o las regletas Cuisenaire o los discos de fracciones en Educación Primaria) para representar su razonamiento durante el proceso de resolución del problema.

El taller para introducir este tipo de actividad a los estudiantes para maestro, se organiza de la siguiente manera. Tras una breve presentación por parte del formador de maestros, los estudiantes para maestro ven un episodio de vídeo (disponible online con un código que facilita el libro en este caso) en el que una maestra de infantil norteamericana lleva a cabo un number talk con estudiantes de 5 años. Dentro del proyecto se ha diseñado una ficha para recoger los análisis que los estudiantes para maestro hacen de esta actividad tanto espontáneamente, como después, tras un segundo visionado, de forma guiada con una pauta de observación². La idea es

² Primeras indicaciones: Assume that there are many things you don't know about the students, the classroom, and the shared history of the teacher and students in the video. Assume good intent and expertise on the part of the teacher. If you cannot understand their actions, try to hypothesize what might have motivated him or her.

Keep focused on your observations about what students are getting out of the talk and interaction.

Keep focused on how the classroom discourse is serving the mathematical goals

promover el desarrollo de la competencia “mirada profesional o mirada con sentido” (Fernández, C., Valls, J. y Llinares, S. (2011). El desarrollo de un esquema para caracterizar la competencia docente es mirar con sentido el pensamiento matemático de los estudiantes. En M. Marín, G. Fernández, L. Blanco y M. Palarea (Eds), Investigación en Educación Matemática XV (pp. 351-360). Ciudad Real: SEIEM.) de los futuros maestros, de forma que sean capaces de fijarse en características matemáticas y didáctico-matemáticas de la actividad que están observando y en el papel del profesor. El foco está en los sistemas de representación, la comunicación y en la promoción del razonamiento flexible y en el papel del profesor en el aula (véase guion de observación). En el caso de los number talks dirigidos a los alumnos de educación infantil, se reflexiona sobre la importancia del razonamiento numérico, del sentido numérico, que se desarrolla desde las primeras etapas del desarrollo del niño. Amontonar bloques, contar objetos y llenar contenedores son ejemplos de primeras ideas de razonamiento con números. En el momento en el que los niños entran en la escuela infantil, es importante facilitar oportunidades de aprendizaje en el aula que les permitan desarrollar este sentido numérico. Para ello los futuros maestros tienen que ser conscientes de que las matemáticas en esa etapa, tratan entre otras cosas, en “hacer sentido” con los números y fijarse en las relaciones numéricas desde el primer día. Number talks en las aulas de Educación Infantil son un vehículo esencial para este fundamento y para proporcionar los bloques fundacionales sobre los que se desarrollen estudiantes matemáticamente potentes. En particular, el uso de las tarjetas de puntos y las rejillas de 5 o 10, así como el rekenrek o los libros para contar, proporcionan oportunidades para abordar múltiples contenidos y objetivos de la etapa. Especialmente importante es la idea de las descomposiciones aditivas de cantidades pequeñas en las que ponemos el foco en varios de los episodios, así como las estrategias de conteo, el desarrollo del sentido de la cardinalidad y la subitización (Episodio 9.21 *Classroom Clip K.1: Ten-Frames and Dot Cards*, Episodio 9.22 *Classroom Clip K.2: Rekenreks* y Episodio 9.23 *Classroom Clip K.3: Counting Book* del Capítulo 9; Parrish, S. Number Talks: Whole Number Computation, Grades K–5, 2014, Math Solutions). En particular, además la actividad del episodio 9.23 ha sido adaptada por una estudiante de 4.º curso de Grado de Maestro de Educación Infantil en su TFG utilizando un cuento para contar recientemente publicado y adquirido por nuestro equipo: “1, 2, 3... ¡Varicela!” (Bielinsky, C. 2018, 1, 2, 3... ¡Varicela! Grupo Editorial Luis Vives, ISBN: 9788414015933).

Guion de observación:

Parte 1. Tras ver el vídeo una vez, responde a las siguientes preguntas (grupos de 2 o 3 alumnos) en color azul en la zona izquierda. [Noticing espontáneo]

Parte 2. Tras ver el vídeo una segunda vez, complete tu respuesta a las preguntas en otro color (no azul) en la zona derecha. [Noticing inducido]

1. ¿Cómo está organizada la clase?
2. ¿Cuántos niños están trabajando en este vídeo con la maestra? ¿Qué edad tienen aproximadamente? ¿Surgen problemas de comportamiento o conflictos durante la sesión?
3. ¿En qué consiste la tarea? ¿Qué problema plantea la maestra a los niños? ¿Cómo representa inicialmente la maestra el problema? ¿Está el problema contextualizado?
4. ¿Cuál es el papel de la maestra?
5. ¿Qué recursos utiliza? ¿Cómo lo hace? [Sistemas de representación]
6. ¿Cuál es el papel de los alumnos? ¿Cómo responden inicialmente los niños? ¿Qué conocimiento matemático necesitan movilizar para responder? ¿Quién tiene la responsabilidad de responder el problema?
7. ¿Muestran los alumnos sus respuestas a los demás? ¿Cómo? ¿Las justifican?
8. ¿Pueden los alumnos comprobar la corrección de sus respuestas?
9. ¿Qué recursos utilizan durante la sesión? ¿Cómo?

of the lesson.

10. ¿Qué contenido matemático están trabajando?
11. ¿Cómo representan las cantidades? [Flexibilidad matemática: representacional]
12. ¿Qué tipo de uso hacen del número?
13. ¿Qué lenguaje utiliza la maestra? ¿Y los alumnos? [Comunicación en el aula]
14. ¿Tiene la tarea el potencial de favorecer diferentes respuestas al mismo? ¿Facilita la maestra que los alumnos den diferentes respuestas? ¿Facilita la maestra la comparación entre la diferentes respuestas? [Flexibilidad matemática: procedimental]

6.6. Anexo VI: Tarea de poner la mesa (Teoría de Situaciones Didácticas)

Asignatura: Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica I (Grado de Maestro en Educación Infantil).

Descripción: La Teoría de Situaciones Didáctica (TSD) permite al profesorado conocer una forma de secuenciar las tareas en el aula para graduar el aprendizaje del alumnado para un contenido matemático concreto. Este marco teórico lleva siendo base de las investigaciones y la labor de formadores de maestros en la Unidad de Didáctica de las Matemáticas prácticamente desde su formación. Prueba de ello son los manuales coordinados por Chamorro (2005) en el que se trabajan los bloques de contenido dentro del área de las matemáticas y el diseño de situaciones didáctica fundamentales para su enseñanza. La graduación de las tareas mediante la idea de variable didácticas para ayudar al alumnado a construir conocimiento sobre un contenido matemático gradualmente es una herramienta fundamental para los futuros maestros. Para ello, tras las sesiones teóricas sobre el uso de la TSD, el profesorado suele plantear prácticas al alumnado para el diseño de secuencias de tareas, una familia de situaciones adidácticas para contenidos concretos, para aprender a utilizar las variables didácticas, poniendo el foco en identificar qué aspectos de la situación afectan a promover el contenido matemático en juego y cuáles no. Este curso se ha utilizado vídeos de una maestra de Educación Infantil llevando a cabo tareas basadas en la TSD. Los estudiantes para maestros han observado cómo una maestra en activo pone en práctica la TSD y han podido identificar las variables didácticas que estaba utilizando para adaptar la situación al aprendizaje del alumnado de Educación Infantil. Esta tarea consiste en la situación fundamental “construir una colección equipotente a otra dada”, en la que la maestra, cambiando variables didácticas de la situación, consigue que los niños evolucionen de una estrategia básicas como puede ser la correspondencia uno a uno, perceptivo o subitización, a una estrategia de uso del conteo funcional, donde se identifica que el procedimiento del conteo permite construir una colección con un determinado cardinal.

6.7. Anexo VII: Number talks: fracciones y decimales

Asignatura: Didáctica de las Fracciones y los Números Decimales (Grado de Maestro en Educación Primaria).

Descripción: Los Number talks también han sido introducidos en un grupo de estudiantes del Grado de Maestro en Educación Primaria, en el caso de las fracciones (Number talks: Fractions, decimals and percentages; Parrish, S. and Dominick, A. 2016, Math Solutions) y llevada al aula de 5.º y 6.º de Primaria como parte de la recogida de datos de la investigación doctoral de Esperanza Hernández (miembro también de este proyecto). En el caso de las fracciones, se trabajó el vídeo “El problema de la huevera”, en el cual se introduce la noción de fracción desde una situación contextualizada en una granja donde se habla de fracciones de docenas de huevos (significado de la fracción como operador). Los estudiantes para maestro actuaron como alumnos de 4.º de Primaria en la primera fase de la sesión, donde la formadora ejercía de maestra de Primaria. Reflexionaron sobre la actividad y sobre las dificultades que tuvieron para ponerse en situación. Seguidamente, en una sesión posterior, procedieron como en el apartado a, viendo un vídeo de una maestra americana con estudiantes reales de 4.º de primaria, y usando una ficha para notar eventos e interpretarlos, tanto espontáneamente como de forma dirigida por medio de una pauta de observación. Finalmente, los estudiantes para maestro adaptaron la actividad al contexto español, con la idea de llevarla al aula durante su periodo de prácticas, pero no fue posible completar esta última fase por la situación sanitaria y a declaración del estado de alarma a mediados de marzo de 2020.

6.8. Anexo VIII: Análisis de métodos alternativos e innovadores: ABN

Asignatura: Didáctica de las Matemáticas en el Grado de Pedagogía. También se puede proponer esta actividad en Matemáticas y su didáctica I del Grado de Maestro en Educación Primaria.

Descripción: En la actualidad, aparecen métodos nuevos que se llevan al aula proponiendo una innovación didáctica sobre las matemáticas. En la Facultad de Educación pretendemos que los futuros estudiantes sepan enfrentarse a las innovaciones que lleguen a su centro escolar, analizando los principios del método, comprendiendo la metodología, y valorándolo con pensamiento crítico. Saber identificar los aspectos positivos de un método nuevo y explotarlos al máximo es el objetivo de estas prácticas.

En el aula de las titulaciones para maestro, planteamos prácticas para que conozcan métodos, identifiquen y analicen los aspectos importantes para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, según lo trabajado en el aula. Hay métodos que proporcionan vídeos en sus páginas web para conocer la metodología y sirven como recursos para las prácticas de los futuros maestros. Algunos de estos vídeos se pueden encontrar youtube.

El método ABN es uno de los métodos innovadores que se está utilizando en España. Se ha diseñado una práctica, para que de manera autónoma, el estudiante puede conocer e identificar las principales características del método a través de la visualización de vídeos y de una reflexión sobre ellos. Primero, los estudiantes reciben una justificación de este método y a continuación, aprenden algoritmos de operaciones aritméticas siguiendo la metodología. Por último, se les pide que identifiquen actividades “ricas” de este método para trabajar en los centros escolares.

Guion de observación:

1. Observa en el siguiente enlace cómo se realiza una suma con el método ABN:

Vídeo: [Suma ABN](#)

Actividad: Realiza, de dos maneras diferentes, la suma $928 + 563$, utilizando el método ABN.

2. Observa en el siguiente enlace cómo se realiza una resta con el método ABN:

Vídeo 1: [Escalera descendente](#)

Vídeo 2: [Detracción](#)

Vídeo 3: [Escalera Ascendente](#)

Vídeo 4: [Escalera Ascendente y descendente](#)

Actividad: Realiza, de tres maneras diferentes, la resta $346 - 159$, utilizando el método ABN.

3. Observa en el siguiente enlace cómo se realiza una multiplicación con el método ABN, comparándolo con el método tradicional:

Vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=S6Tgihp0S38>

Actividad: Realiza, de las dos maneras diferentes que se indican en el video, la multiplicación 284×36 , utilizando el método ABN.

4. Observa en el siguiente enlace cómo se realiza una división con el método ABN:

Vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=cSA_UCcrdp4

Actividad: Realiza de la misma manera la división $1569 : 23$, utilizando la escala que necesites.

5. En el siguiente enlace se encuentra un canal de YouTube llamado “algoritmosabn” en donde hay muchas actividades con este método. Elegid dos de ellas,

correspondientes a la etapa de Educación Infantil, describirlas, proponer alguna posible variable didáctica (si es que es posible) y realizar un análisis crítico de la misma.

Vídeo: https://www.youtube.com/user/algoritmosabn/featured?disable_polymer=1

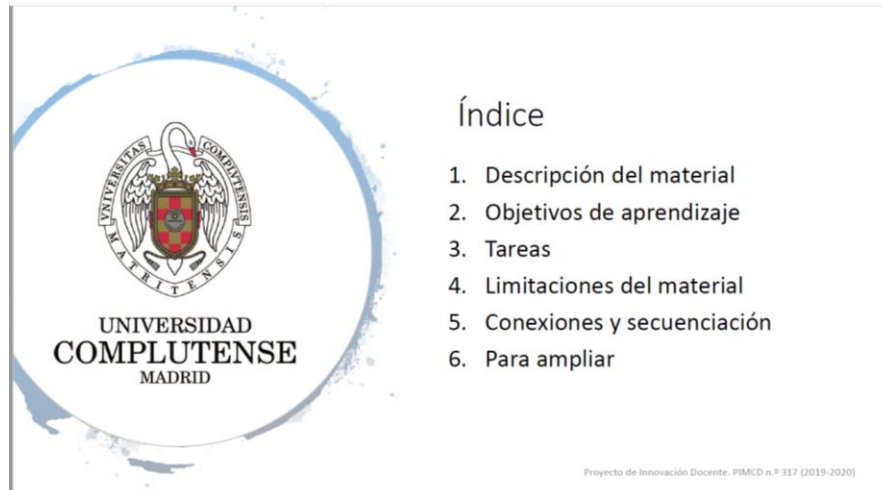
Actividad: Con lo que habéis visto en esta práctica, ¿qué ventajas y qué inconvenientes encontráis al método ABN?

6.9. Anexo IX: Plantilla de vídeos formativos para el uso de materiales

Diapositiva 1 Título



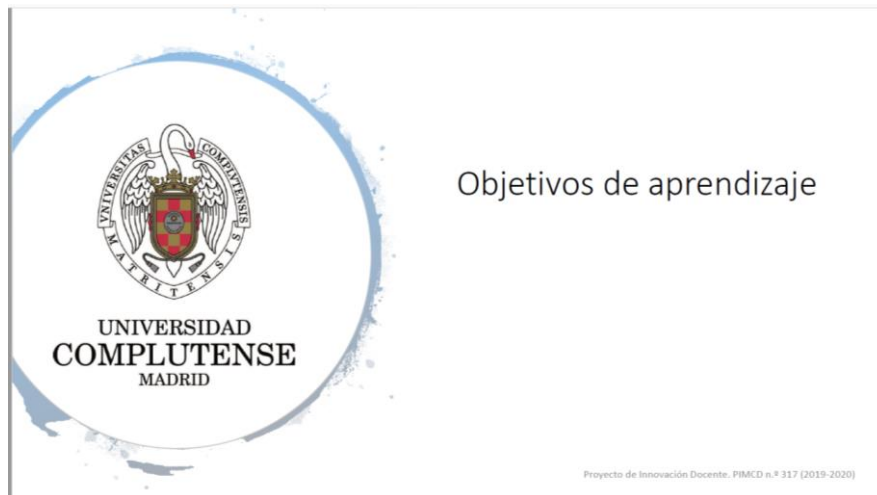
Diapositiva 2: Índice



Diapositiva 3: Descripción del material



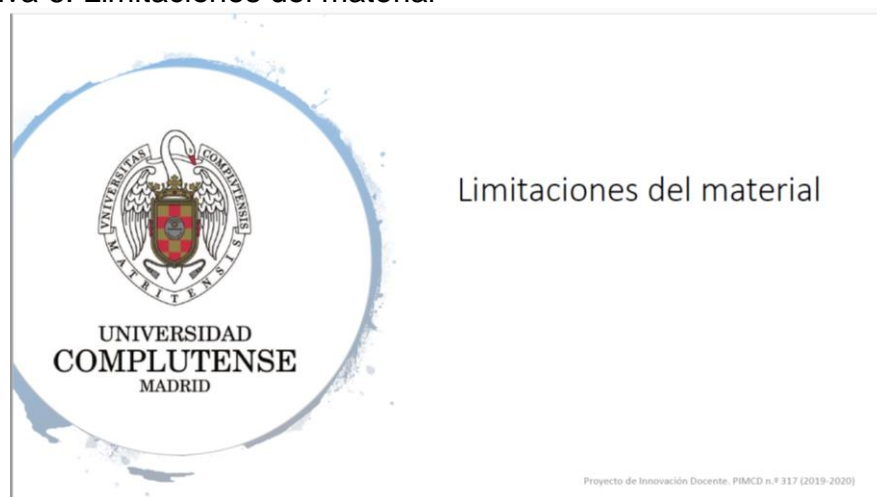
Diapositiva 4: Objetivos de aprendizaje



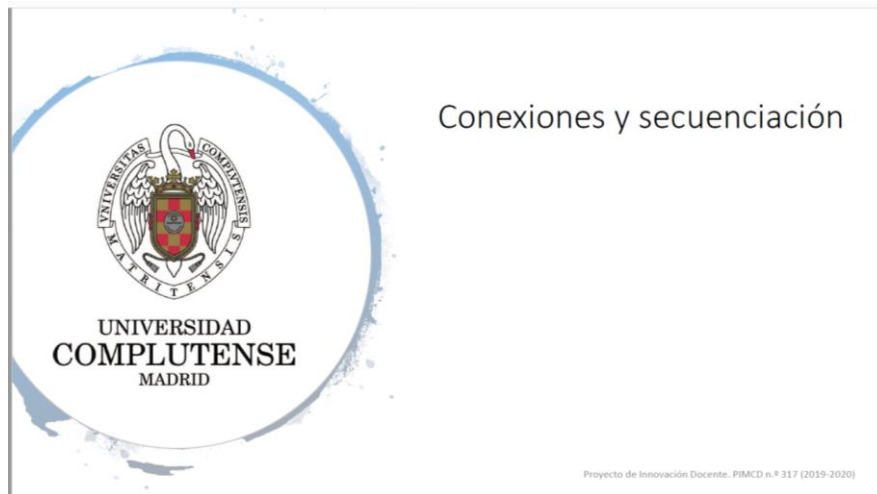
Diapositiva 5: Tareas



Diapositiva 6: Limitaciones del material



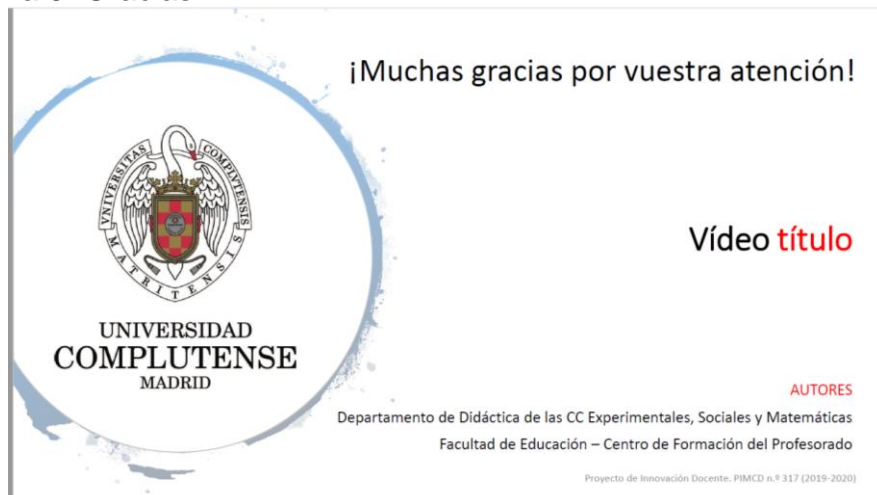
Diapositiva 7: Conexiones y secuenciación



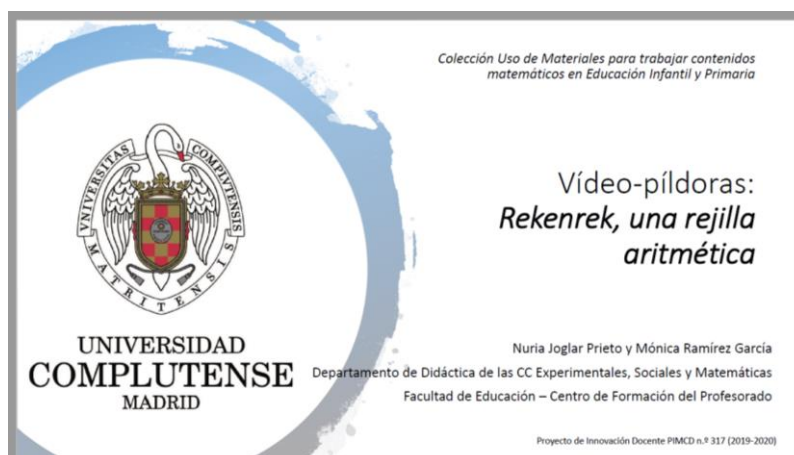
Diapositiva 8: Para ampliar la información



Diapositiva 9: Gracias



6.10. Anexo X: Vídeos formativos para el uso de rekenrek de Educación Infantil

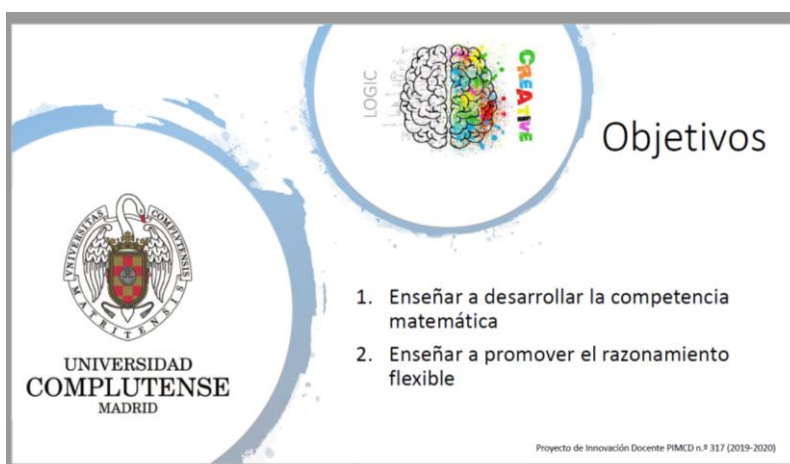


Locución: El siguiente video ha sido elaborado en el seno del proyecto de innovación docente número 317 de la convocatoria del curso 2019-2020 de la Universidad Complutense de Madrid, que pretende diseñar buenas prácticas para la formación de maestros de Educación Infantil y Primaria.

Este vídeo forma parte de la colección “Vídeo-Píldoras” sobre el uso de materiales para trabajar contenidos matemáticas en estas etapas.

Somos Nuria Joglar y Mónica Ramírez de la Unidad Docente de Didáctica de las Matemáticas y en este video explicaremos cómo usar el rekenrek.

Video: Presentación ocupando toda la pantalla y nosotras delante del logo de la UCM



Locución: Los objetivos fundamentales de estos vídeos, que están dirigidos a estudiantes para maestro de la UCM, son enseñarles a desarrollar la competencia matemática (de sus futuros alumnos) y enseñarles a promover el razonamiento flexible de sus futuros alumnos.



Locución: Los pilares que sustentan estos trabajos son los modelos de representación de objetos matemáticos, nosotros nos centraremos en el modelo de Lesh, y la idea de Flexibilidad matemática tanto a la hora de construir diferentes procedimientos para resolver un problema, como a la hora de utilizar en paralelo diferentes sistemas de representación.



Locución: En los próximos minutos aprenderemos lo que es el rekenrek, para qué puede utilizarse en Educación Infantil y primeros años de Educación Primaria, qué características tiene este material, incluyendo sus limitaciones y cómo se puede secuenciar el uso de este material con otros para facilitar la conversión entre sistemas de representación de un objeto matemático y con ello enriquecer el aprendizaje matemático.

Video: Presentación ocupando toda la pantalla y nosotras delante del logo de la UCM



Locución: El rekenrek es una rejilla aritmética en el que cada cuenta representa una unidad.

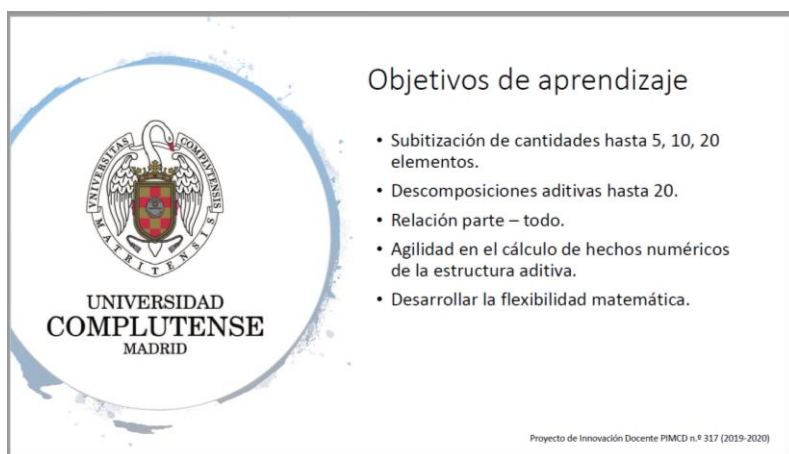
Las cuentas se agrupan de 5 en 5, utilizando dos colores, normalmente rojo y blanco, para diferenciar estos grupos.

El rekenrek más básico tiene una varilla con 5 bolas rojas y 5 bolas blancas, que se utiliza en los primeros momentos.

El rekenrek más conocido que tiene dos varillas, con 5 bolas rojas y 5 bolas blancas cada una, en total 20 cuentas.

Este material puede extenderse a una o dos varillas con más de 10 bolas en cada una de ellas para trabajar cantidades más grandes.

Video: No aparecemos nosotras ni video de material, solo la foto.



Locución: Este material nos permite desarrollar el procedimiento de subitización para determinar y construir colecciones con una cardinal dado.

En los próximos minutos aprenderemos lo que es el rekenrek, para qué puede utilizarse en Educación Infantil y primeros años de Educación Primaria, qué características tiene este material, incluyendo sus limitaciones y cómo se puede secuenciar el uso de este material con otros para facilitar la conversión entre sistemas de representación de un objeto matemático y con ello enriquecer el aprendizaje matemático.

Video: Presentación ocupando toda la pantalla y nosotras delante del logo de la UCM



3. Tareas
Comenzamos con una fila

- ¿Cuántas bolas hay?
- ¿Cómo lo sabes? (3, 5, 6, 9)
- Combinaciones de 5
- Combinaciones de 10.
- Construir una cantidad (7)

Dirigido a alumnos de 4-5 años (aproximadamente)
Proyecto de Innovación Docente PIMCD n.º 317 (2019-2020)

Locución: (sería buena poder tener un rekenrek en la mano y poder mostrar las acciones que se van diciendo)

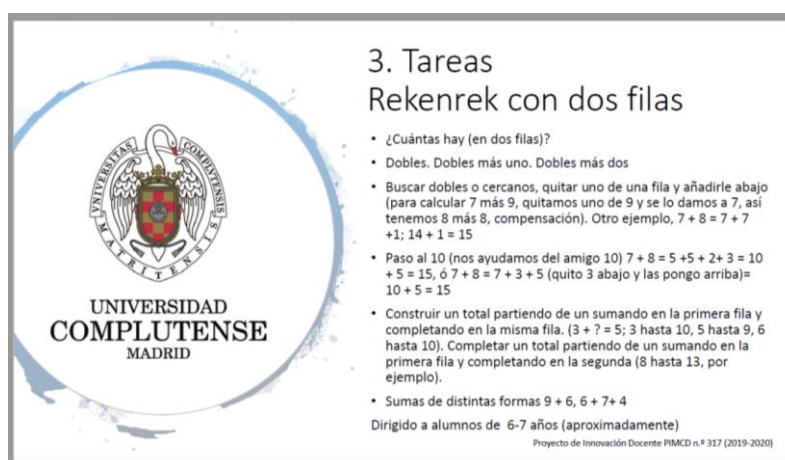
En Educación Infantil, se comienza solo con una fila, 5 bolas rojas y 5 blancas. Representamos cantidades 3, 5, 6, 9 y preguntamos cuántas bolas hay y cómo lo saben. Pueden contarlas o pueden saberlo sin contar (entendemos que por subitización o que dicen un número al azar).

Primero empezamos con 5 bolas de un color, por ejemplo, solo con 5 rojas arriba. Se cuentan las 5 bolas y se separan en dos grupos, 3 y 2, 1 y 4, pidiendo en cada ocasión que digan cuántas bolas hay en cada grupo y cuántas en total. Quizás cuenten para saber cuántas hay, pero luego poco a poco no les hace falta contar ya que utilizarán la subitización.

Combinaciones hasta 10, tomando 5 rojas y añadiendo cada vez una bola blanca. Primero necesitan contar, luego cuentan desde 5. Luego van identificando que 5 y dos son 7, cinco y 3 son 8, o cinco y uno son 6.

Hacer 10. 5 y 3 son 8 y en el otro lado hay 2, Si paso las 3 blancas junto con el 2 hay 5 y 5, son 10, y luego puedo comprobar todas las combinaciones.

Podemos plantear construir una cantidad de varias formas: 5 rojas y 2 blancas, 4 rojas y 3 blancas, 3 rojas y 4 blancas, 2 rojas y 5 blancas,...



3. Tareas
Rekenrek con dos filas

- ¿Cuántas hay (en dos filas)?
- Dobles. Dobles más uno. Dobles más dos
- Buscar dobles o cercanos, quitar uno de una fila y añadirle abajo (para calcular 7 más 9, quitamos uno de 9 y se lo damos a 7, así tenemos 8 más 8, compensación). Otro ejemplo, $7 + 8 = 7 + 7 + 1$; $14 + 1 = 15$
- Paso al 10 (nos ayudamos del amigo 10) $7 + 8 = 5 + 5 + 2 + 3 = 10 + 5 = 15$, ó $7 + 8 = 7 + 3 + 5$ (quito 3 abajo y las pongo arriba) $= 10 + 5 = 15$
- Construir un total partiendo de un sumando en la primera fila y completando en la misma fila. ($3 + ? = 5$; 3 hasta 10, 5 hasta 9, 6 hasta 10). Completar un total partiendo de un sumando en la primera fila y completando en la segunda (8 hasta 13, por ejemplo).
- Sumas de distintas formas $9 + 6$, $6 + 7 + 4$

Dirigido a alumnos de 6-7 años (aproximadamente)
Proyecto de Innovación Docente PIMCD n.º 317 (2019-2020)

Locución: (sería buena poder tener un rekenrek en la mano y poder mostrar las acciones que se van diciendo)

Enfatizar: flexibilidad procedimental.

Cuando utilizamos el rekenrek con dos varillas, comenzamos preguntando ¿Cuántas hay? ¿Cuántas rojas y cuántas blancas? ¿Cuántas arriba y cuántas abajo? ¿Hay las mismas rojas y blancas? ¿Hay las mismas arriba y abajo?

Se pueden guiar a los alumnos a representar sumas dobles $2+2$, $3+3$, $4+4$, poniendo la misma cantidad arriba y abajo.

Luego introducimos los dobles más uno, haciendo notar que al representar una cantidad arriba y otra abajo, se ve que hay uno de diferencia. Lo mismo con la suma de dobles más dos.

Otra estrategia de cálculo es acercarse a las decena próxima, en este caso paso al 10.... También se puede trabajar la resta por complementación, partiendo de un sumando y construyendo un total.

Finalmente se plantean sumas con total mayor que 10 para que elijan la forma de resolverlo.



3. Tareas
Más operaciones

- Hay 6 bolas. ¿Cuántas bolas tiene que eliminar (empujar derecha) sólo para tener 4? (7-3, 8-2, 10-4, 13-9)
- Resta 4 a 19 o $17 - 4$ pensando primero que hay que mover.
- ¿Se puede hacer grupos de dos con 8 bolas? (y con 7, 11, 16)
- ¿Se puede hacer grupos de tres con 6 bolas? (y con 10, 13, 18)

Dirigido a alumnos de 6-7 años (aproximadamente).
Proyecto de Innovación Docente PIMCD n.º 317 (2019-2020)

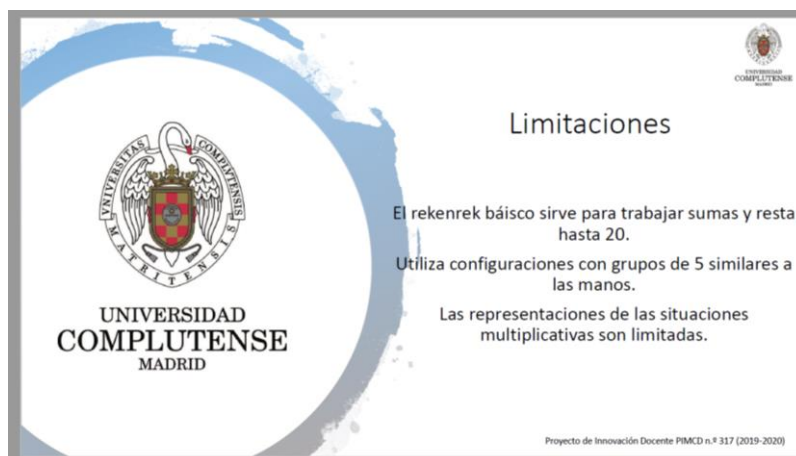
Locución: (sería buena poder tener un rekenrek en la mano y poder mostrar las acciones que se van diciendo)

A continuación se pueden plantear restas, verbalizando cuántas hay que quitar para que quede una cantidad. (6-4, 7-3, 8-2, 10-4, 13-9,...)

Planteamos restas en las que se pide a los niños que piensen primero que cuentas van a mover para realizar la resta ($19 - 4$, $17 - 4$)

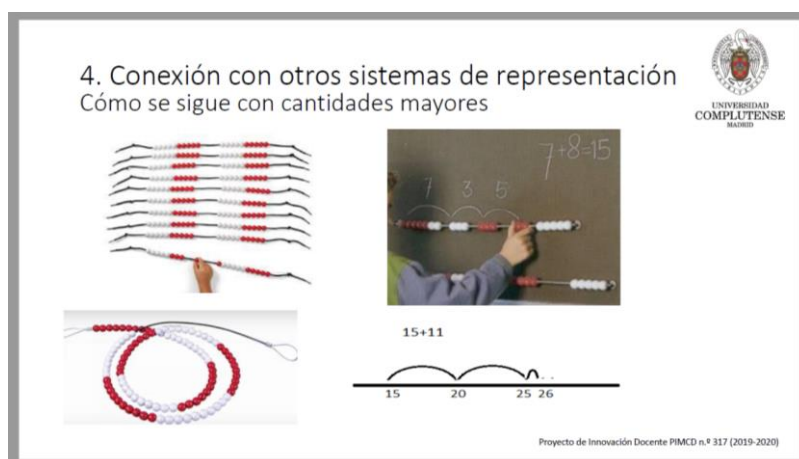
También podemos resolver situaciones de agrupamiento como ...

Si utilizamos el rekenrek con 2 varillas y con 20 bolas, las estrategias son más variadas.



Locución: El siguiente video ha sido elaborado en el seno del proyecto de innovación docente número 317 de la convocatoria del curso 2019-2020 de la Universidad Complutense de Madrid, que pretende diseñar buenas prácticas para la formación de maestros de Educación Infantil y Primaria.

En particular, este vídeo forma parte de la colección “Vídeo-Píldoras” sobre el uso de materiales para trabajar contenidos matemáticas en estas etapas.



Locución: Y cómo se sigue con números más grandes. Parece que el trabajo de construir muchas filas con 20 bolas parece exagerada. Hay rekenrek con 10 filas, incluso 12.

Incluso se construye una línea con 100 cuentas que cambian de color cada 10.

En estos casos, se recomienda extender el trabajo con la recta vacía.

Para ello se van marcando los saltos que se realiza al operar en el rekenrek con 20 bolas. En la imagen, podemos ver que para sumar $7 + 8$, primero se suma $7 + 3$ bolas blancas que faltan hasta 10, por lo tanto ahora queda un grupo 5 por sumar, $+ 5$, 15.

Para realiza sumas con cantidades mayores, se utilizan la recta vacía y se utilizan saltos hacia la decena próxima...

Se van introduciendo así en paralelo diferentes representaciones para facilitar así la conversión entre ellas (flexibilidad representacional), pudiendo incluirse en este momento los símbolos numéricos (rumbo hacia la abstracción).



5. Conexiones y Secuenciación




```

graph LR
    A[Estrategias basadas en el conteo] --> B[Estrategias basadas en la subitización]
    B --> C[Recuperación de hechos numéricos básicos]
  
```

Proyecto de Innovación Docente PIMCD n.º 317 (2019-2020)

Locución: El siguiente video ha sido elaborado en el seno del proyecto de innovación docente número 317 de la convocatoria del curso 2019-2020 de la Universidad Complutense de Madrid, que pretende diseñar buenas prácticas para la formación de maestros de Educación Infantil y Primaria.


En particular, este vídeo forma parte de la colección “Vídeo-Píldoras” sobre el uso de materiales para trabajar contenidos matemáticas en estas etapas.



6. Enlaces para ampliar información

- file:///C:/Users/SI/Desktop/Video/LTM_Rekenrek-SP.pdf
- <http://www.tocamates.com/rekenrek/>
- <https://mathrack.com/> (www.rekenrek.com)

Proyecto de Innovación Docente PIMCD n.º 317 (2019-2020)



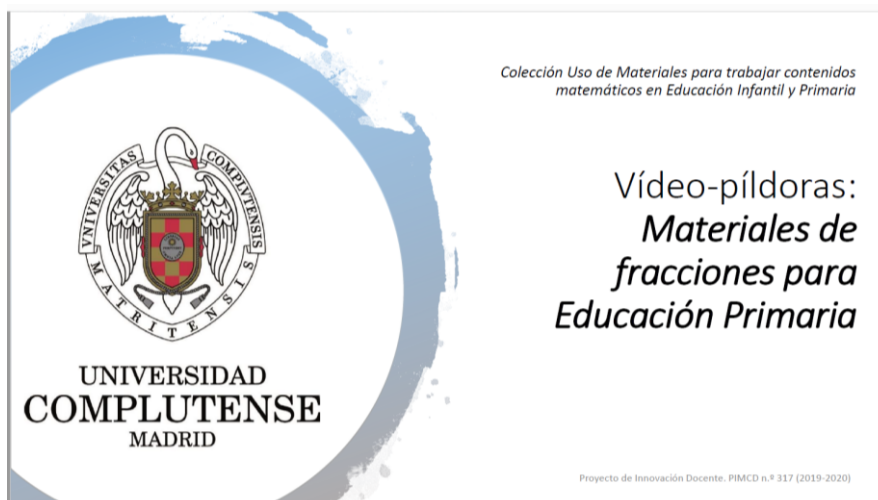
¡Muchas gracias por vuestra atención!

Vídeo 1. *Uso del Rekenrek en Educación Infantil*

- Nuria Joglar Prieto y Mónica Ramírez García
- Departamento de Didáctica de las CC Experimentales, Sociales y Matemáticas
- Facultad de Educación – Centro de Formación del Profesorado

Proyecto de Innovación Docente PIMCD n.º 317 (2019-2020)

6.11. Anexo XI: Vídeos formativos para el uso de materiales de fracciones de Educación Primaria

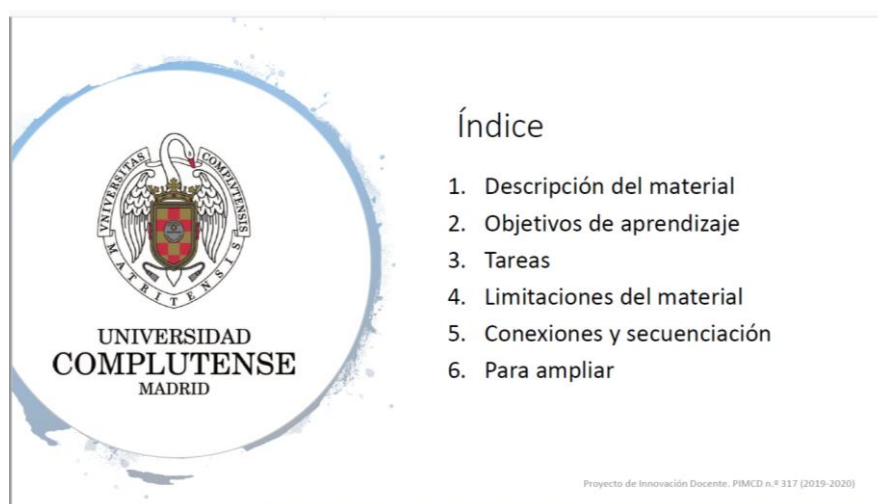


Locución: El siguiente vídeo ha sido elaborado en el seno del proyecto de innovación docente número 317 de la convocatoria del curso 2019-2020 en la Universidad Complutense de Madrid, que pretende diseñar buenas prácticas para la formación de maestros de Educación Infantil y Primaria.

Este vídeo forma parte de la colección "Vídeo-Píldoras" sobre el uso de materiales para trabajar contenidos matemáticos en estas etapas.

Somos Mónica Ramírez y Miriam Méndez, profesoras de la Unidad Docente de Didáctica de las Matemáticas y en este vídeo explicaremos cómo usar materiales de fracciones en Educación Primaria.

Vídeo: la presentación y nosotras en un lado donde el logo



Locución: En los próximos minutos aprenderemos cómo son estos materiales, cómo pueden utilizarse en el aula y tipos de actividades. Además incluiremos las limitaciones del material, las conexiones con los objetos/ideas matemáticas y material para ampliar. Además de trabajar la representación material de fracciones se incluirá otro tipo de representación (simbólica-numérica) y la conversión de una representación a otra.

Vídeo: Presentación y nosotras en un lado dentro del círculo viéndose el logo detrás.



Locución: Contamos con varios materiales de fracciones de la unidad: “barras de fracciones”, “sectores circulares” y “cubos de fracciones”. En todos los materiales tenemos una pieza que es la unidad: el círculo completo, la barra entera. A partir de este unidad se hace una partición de la unidad en partes iguales: dividimos la unidad en dos partes iguales obtenemos $\frac{1}{2}$; dividimos la unidad en tres partes iguales obtenemos partes que son $\frac{1}{3}$ de la unidad; dividimos en 4 partes $\frac{1}{4}$ y obtenemos partes que son cuartos de la unidad....

Este material representa fracciones de una unidad pudiendo abordar situaciones en las que se interpreta las fracciones como “parte-todo” y como una “medida” de la unidad en contextos continuos utilizando diferentes materiales. (relación con objetos matemáticos).

Vídeo: Grabar un vídeo en masa de mago donde ve el material



Locución: A partir de la manipulación y la actividad propuesta pueden surgir las ideas matemáticas en los alumnos. Otras veces el profesor utiliza el material para ofrecer una representación de los contenidos matemáticos a los alumnos que ayude a entenderlos y a utilizarlos mentalmente.

Los objetivos de aprendizaje con el material y actividades que se pueden proponer son: Desarrollar una representación mental de fracciones de una unidad que favorezca el significado de equivalencia y orden.

Diseñar y comprender estrategias para ordenar fracciones de forma flexible.
Dar significado a las operaciones de fracciones.
Es importante que el uso de material se conecte con las matemáticas para que no se convierta en una mera manipulación.

Vídeo Nosotras en un lado delante del logo



The slide features the logo of the Universidad Complutense de Madrid on the left, which consists of a circular emblem with a shield in the center and the text 'UNIVERSITAS COMPLUTENSIS' around it. Below the emblem, it says 'UNIVERSIDAD COMPLUTENSE MADRID'. To the right of the logo, under the heading 'Tareas', is a list of tasks:

- Representa fracciones.
- Representa fracciones equivalentes.
- Compara y ordena fracciones.
- Suma y resta de fracciones.
- Multiplica fracción por un nº natural.
- Fracción de otra fracción.
- Divide fracción entre un nº natural.
- Divide una fracción entre una fracción.

Proyecto de Innovación Docente: PIMCD n.º 317 (2019-2020)

Locución: A continuación se harán las siguientes tareas

Vídeo: Puede ser una composición de varios vídeos donde aparezca la representación material y la representación simbólica numérica a la vez que se realizan estas tareas.



This slide is identical to the one above, featuring the Universidad Complutense de Madrid logo and the heading 'Tareas'. The list of tasks is:

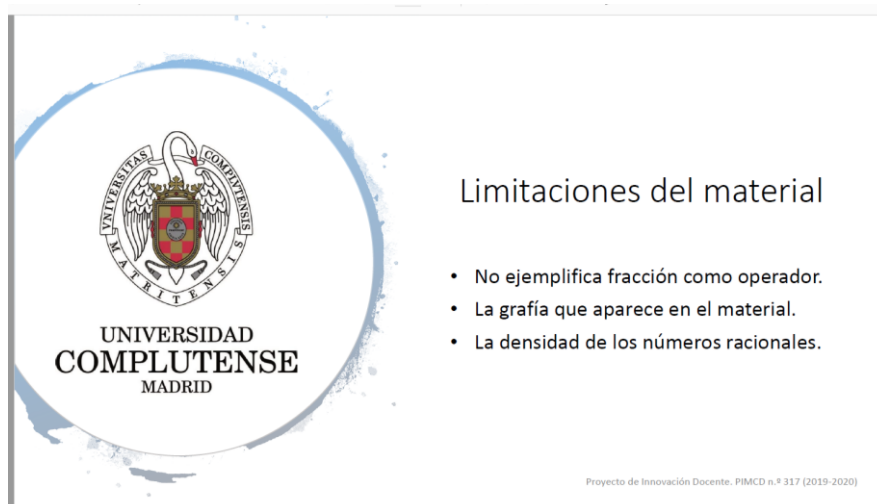
- Realiza la unidad a partir de fracciones unitarias.
- Descomposición aditiva de fracciones

Proyecto de Innovación Docente: PIMCD n.º 317 (2019-2020)

Locución: Por último nos gustaría proponeros dos tareas como retos:

- 1) Cuántas descomposiciones de la unidad se te ocurren utilizando solo fracciones unitarias.
- 2) Realiza descomposiciones aditivas de diferentes fracciones

Vídeo: Aparece en el círculo los materiales para realizar la tarea

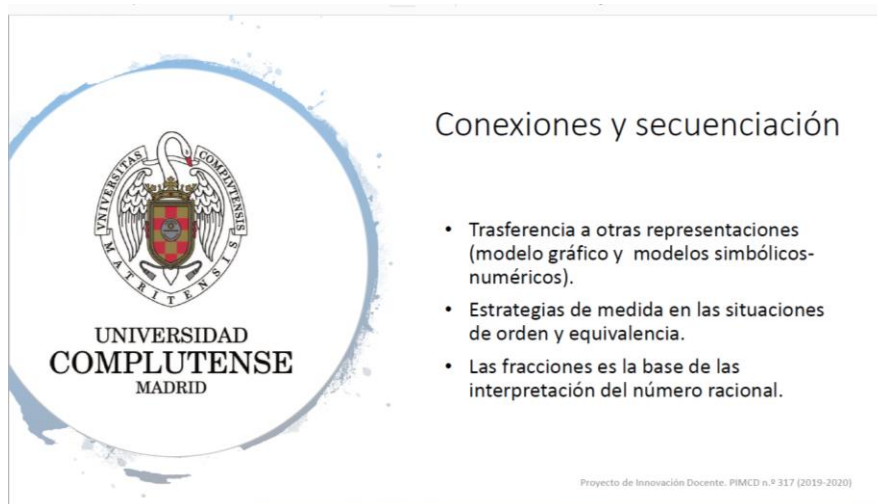


Locución: El material ejemplifica al uso de fracciones como “parte-todo” y el de “medida” de la unidad pero no trabaja otros significados de fracciones como el de “fracción como operador” o “fracción como número”. E incluso la representación de fracciones impropias no es directa.

La grafía que aparece en el material fuerza a que este material se utilice solo para fracciones.

La densidad de los números racionales no la puedes materializar con la cantidad de piezas que tenemos. Las fracciones es una representación básica de los números racionales y uno de las propiedades importantes de los números racionales es mostrar su densidad pero con este material no se realiza.

Vídeo: Nosotras en un lado delante del logo



Locución: La transferencia de este modelo manipulativo a un modelo gráfico parecido o virtual resulta sencilla. El trabajo material debería ser previo a la formalización de las fracciones.

Las estrategias manipulativas de comparación perceptiva y utilización de un referente para resolver las situaciones de orden y equivalencia que hemos visto en las tareas con el material son estrategias de medida.

Aunque las fracciones, los decimales y los porcentajes son una interpretación de parte-todo, la utilización de fracciones es la base de la interpretación y comprensión del número racional.

Vídeo: se nos ve hablando en el círculo



UNIVERSIDAD
COMPLUTENSE
MADRID


Para ampliar información

- <https://youtu.be/bwYSJuwucGs>
- Realizar actividades semejantes con el modelo de la recta real para desarrollar el uso de fracciones como número racional.

Proyecto de Innovación Docente: PIMCD n.º 317 (2019-2020)

Locución : Para poder ampliar esta información podéis consultar los siguientes materiales

Vídeo: se nos ve hablando en el círculo



UNIVERSIDAD
COMPLUTENSE
MADRID

¡Muchas gracias por vuestra atención!

Vídeo 2. Análisis materiales para trabajar fracciones en Educación Primaria

Mónica Ramírez y Miriam Méndez
Departamento de Didáctica de las CC Experimentales, Sociales y Matemáticas
Facultad de Educación – Centro de Formación del Profesorado

Proyecto de Innovación Docente: PIMCD n.º 317 (2019-2020)

Locución: Muchas gracias por vuestra atención. Nos vemos en los siguientes vídeos.

Vídeo: se nos ve hablando en el círculo